Correction de l'interrogation rapide $n°$ 2

I Questions de cours

Voir cours (2 points par question)

II Exercices

Exercice 1

1. /1,5 Déterminons si les nombres 7, 3, -1 et -5 sont les termes consécutifs d'une suite arithmétique
   $\dfrac{7+(-1)}{2} = \dfrac{6}{2} = 3$ et $\dfrac{3+(-5)}{2} = \dfrac{-2}{2} = -1$
   Donc $\boxed{7,\ 3,\ -1 \text{ et } -5 \text{ sont les termes consécutifs d'une suite arithmétique}}$
2. /0,5 Calcul de la moyenne arithmétique de 125 et 245.
   $\dfrac{125+245}{2} = \dfrac{370}{2} = 185$
   $\boxed{\text{La moyenne arithmétique de 125 et 245 est 185}}$

Exercice 2

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique définie sur $\mathbb{N}$. On sait que $u_3 = 48$ et $u_{10} = 125$.

1. /1,5 Déterminons sa raison et son premier terme :
   $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ étant une suite arithmétique, quelques soient les entiers naturels n et p on a : $u_n = u_p + (n-p)r$. En particulier : $u_{10} = u_3 + (10-3)r$.
   Or $u_{10} = u_3 + (10-3)r \Leftrightarrow 125 = 48 + 7\times r \Leftrightarrow r = \dfrac{125-48}{7} \Leftrightarrow r = \dfrac{77}{7} \Leftrightarrow r = 11$.
   De plus $u_0 = u_3 + (0-3)r = 48 - 3\times 11 = 48 - 33 = 15$.
   $\boxed{\text{La raison de cette suite est donc } r = 11 \text{ et son premier terme } u_0 = 15}$
2. /0,5 Exprimons le terme général u_n en fonction de n :
   $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ étant une suite arithmétique de raison $r = 11$ et de premier terme $u_0 = 15$,
   $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_0 + nr$, soit $\boxed{\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 15 + 11n}$
3. /1 Déterminons la valeur de n pour $u_n = 235$:
   $u_n = 235 \Leftrightarrow 15 + 11n = 235 \Leftrightarrow 11n = 235 - 15 \Leftrightarrow n = \dfrac{220}{11} \Leftrightarrow n = 20.$
   Ainsi, $\boxed{\text{pour } n = 20,\ u_n = 235}$
4. /1 Déterminons le rang à partir duquel $u_n \geqslant 500$:
   $u_n \geqslant 500 \Leftrightarrow 15 + 11n \geqslant 500 \Leftrightarrow 11n \leqslant 500 - 15 \Leftrightarrow n \geqslant \dfrac{485}{11}$ avec $\dfrac{485}{11} \approx 44,1$.
   Donc $\boxed{u_n \geqslant 500 \text{ à partir du rang } n = 45, \text{ autrement dit à partir du } 46^{ème} \text{ rang}}$

Exercice 3

Sujet inspiré du Baccalauréat Antilles-Guyane - juin 2014

Partie A : les économies...

1. /2 Calcul de u_1, u_2 et u_3.

   $u_1 = u_0 + 80 = 2000 + 80 = \boxed{2080}$

   $u_2 = u_1 + 80 = 2080 + 80 = \boxed{2160}$

   $u_3 = u_2 + 75 = 2160 + 80 = \boxed{2240}$

2. /1,5 Déterminons la nature de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

   Chaque mois, l'épargnant verse 80 euros sur son compte donc, pour tout entier naturel n, le montant accumulé au bout de $n+1$ mois est celui accumulé au bout de n mois auquel s'ajoute 80. Donc :

   $$\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = u_n + 80$$

   De plus le montant initial est de 2000 € donc $u_0 = 1200$. Par conséquent,

   $\boxed{\text{la suite } (u_n) \text{ est une suite arithmétique de raison } r = 80 \text{ et de premier terme } u_0 = 2000}$

3. /0,5 Donnons la formule à rentrer en B3.

   Puisque (u_n) est une suite arithmétique de raison $r = 80$, par définition :

   $$\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = u_n + 80$$

   Donc la formule est : $\boxed{\text{=B2+80}}$

4. /0,5 Déterminons la forme explicite de la suite (u_n).

   (u_n) est une suite arithmétique de raison $r = 80$ et de premier terme $u_0 = 2000$ donc :

   $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = u_0 + nr = 2000 + 80n$

   $\boxed{\text{La forme explicite de la suite } (u_n) \text{ est : } \forall n \in \mathbb{N},\ u_n = 2000 + 80n}$

5. /0,5 Donnons une autre formule à rentrer en B3. Puisque, pour tout $n \in \mathbb{N},\ u_n = 2000 + 80n$, l'autre formule est : $\boxed{= 2000 + 80{*}\text{A3}}$

Partie B : et les dépenses...

1. /1,5
   - Calculs de $v_1,\ v_2$ et v_3 :

     $v_1 = 1,05v_0 = 1,05 \times 700 = \boxed{735}$

     $v_2 = 1,05v_1 = 1,05 \times 735 \approx \boxed{771,75}$

     $v_3 = 1,05v_2 = 1,04 \times 771,75 \approx \boxed{810,34}$

   .

2. /0,5 Conjecturons la forme explicite de la suite (v_n)

   Les dépenses augmentent chaque mois de 5%, ce qui revient à multiplier par $(1 + (\%)$, soit $1,05$ les dépenses du mois précédent pour obtenir celle du mois suivant.

   On en déduit $\forall n \in \mathbb{N},\ \ v_{n+1} = 1,05v_n$ et donc v est une suite géométrique de raison $1,05$ et de premier terme $v_0 = 700$.

   D'où la forme explicite de cette suite géométrique : $\forall n \in \mathbb{N},\ \ v_n = v_0 \times 1,05^n$

   Et donc : $\boxed{\forall n \in \mathbb{N},\ \ v_n = 700 \times 1,05^n}$

3. /1 Déterminons les dépenses en janvier 2015.

   Entre janvier 2014 et janvier 2015 il s'est écoulé 12 mois.

   Or $v_{12} = v_0 q^{12} = 700 \times 1,05^{12} \approx \boxed{1257,10}$

   $\boxed{\text{au 12ème mois, c'est à dire en janvier 2015, les dépenses seront de 1257,10}}$ ´